الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية **الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات**

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي **دورة : 2016**

الشعبة: علوم تجريبية

اختبار في مادة: الرياضيات **المدة: 03 سا و 30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأوّل: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$. نعتبر المستويين (P) و (P') معادلتيهما على الترتيب : $2x+y-z+1=0$ و $x-2y+z-2=0$.

1) بيّن أنّ المستويين (P) و (P') متقاطعان.

2) عيّن (Γ) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء التي تحقّق : $d\left(M,(P)\right)=d\left(M,(P')\right)$
حيث $d\left(M,(P)\right)$ المسافة بين النقطة M والمستوي (P) ، $d\left(M,(P')\right)$ المسافة بين M و (P').

3) تحقّق أنّ النقطة $A(1;2;0)$ تنتمي إلى المجموعة (Γ).

4) H و H' المسقطان العموديان للنقطة A على المستويين (P) و (P') على الترتيب.

أ - جد تمثيلا وسيطيا لكل من المستقيمين (AH) و (AH').

ب - استنتج إحداثيات كل من النقطتين H و H'.

5) عيّن إحداثيات النقطة I منتصف القطعة $[HH']$ ثمّ احسب مساحة المثلث AHH'.

التمرين الثاني: (05 نقاط)

I) f الدالة العددية المعرّفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\sqrt{2x+8}$.

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) أ - احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب - ادرس اتجاه تغيّر الدالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

2) عيّن إحداثيي نقطة تقاطع المنحنى (C) مع المستقيم (Δ) الذي $y=x$ معادلة له.

3) ارسم (C) و (Δ).

II) (u_n) المتتالية العددية المعرّفة بـ: $u_0=0$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f\left(u_n\right)$.

1) مثّل في الشكل السابق على محور الفواصل ، الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 (بدون حسابها) موضّحا خطوط الإنشاء.

2) ضع تخمينا حول اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) و تقاربها.

3) أ - برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $0\le u_n<4$.

ب - ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n).

جـ - بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $4-u_{n+1}\le\frac{1}{2}\left(4-u_n\right)$

ثمّ استنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $4-u_n\le\frac{1}{2^n}\left(4-u_0\right)$.

د - استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

التمرين الثالث: (04,5 نقطة)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$. من أجل كل نقطة M من المستوي لاحقتها العدد المركب z حيث $(z\neq 1)$ نرفق النقطة M' لاحقتها العدد المركب z' حيث: $z'=\dfrac{z-2}{z-1}$.

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $z'=z$.

2) النقطتان A و B لاحقتاهما على الترتيب z_1 و z_2 حيث: $z_1=1-i$ و $z_2=\overline{z_1}$.

أ - اكتب $\dfrac{z_2}{z_1}$ على الشكل الأسي.

ب - بيّن أنّ النقطة B هي صورة للنقطة A بالدوران R الذي مركزه المبدأ O ، يُطلب تعيين زاوية له.

3) نضع $z'\neq z$. نعتبر النقطتين C و D لاحقتيهما 2 و 1 على الترتيب.

عيّن (Γ) مجموعة النقط M حيث M' تنتمي إلى محور التراتيب ثم أنشئ (Γ).

4) h التحاكي الذي مركزه المبدأ O ونسبته 2.

أ - عيّن طبيعة التحويل النقطي $S=h\circ R$ وعناصره المميّزة .

ب - اكتب العبارة المركبة للتحويل S.

جـ - عيّن ثمّ أنشئ المجموعة (Γ') صورة (Γ) بالتحويل النقطي S.

التمرين الرابع: (06,5 نقطة)

I) g الدالة العددية المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^2+1-\ln x$.

1) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g .

2) احسب $g\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ثمّ بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $g(x)>0$.

II) f الدالة العددية المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}+x-1$

و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\longrightarrow}0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ - بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$.

ب - شكّل جدول تغيّرات الدالة f .

3) اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C) في النقطة التي فاصلتها 1.

4) أ - بيّن أنّ (C) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ)حيث: $y=x-1$ معادلة له.

ب - ادرس الوضع النسبي لـ (C) و (Δ).

5) ارسم المستقيمين (T) و (Δ) ثمّ المنحنى (C).

6) m عدد حقيقي. (Δ_m) المستقيم حيث : $y=mx-m$ معادلة له.

أ - تحقّق أنّه من أجل كل عدد حقيقي m، النقطة $A(1;0)$ تنتمي إلى المستقيم (Δ_m).

ب - ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x)=mx-m$.

7) أ - جد دالة أصلية للدالة $x\mapsto\dfrac{\ln x}{x}$ على المجال $]0;+\infty[$.

ب - احسب I_n مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنى (C) ، المستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما: $x=1$ و $x=n$ حيث n عدد طبيعي ($n>1$).

جـ - عيّن أصغر عدد طبيعي n_0 بحيث إذا كان $n>n_0$ فإنّ : $I_n>2$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04,5 نقطة)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$. نعتبر النقطتين $A\left(5;-1;-2\right)$ و $B\left(3;12;-7\right)$.

(Δ)المستقيم المعرّف بالتمثيل الوسيطي التالي: $\left(k\in\mathbb{R}\right)$; $\begin{cases}x=1+3k\\y=1+2k\\z=4k\end{cases}$.

1) أ) عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ') الذي يشمل النقطة A و $\vec{u}\left(-2;1;1\right)$ شعاع توجيه له .

ب) بيّن أنّ المستقيمين (Δ) و (Δ')متعامدان ، ثمّ تحقق أنّ النقطة $C\left(1;1;0\right)$ نقطة تقاطعهما.

2) (P) المستوي المعيّن بالمستقيمين (Δ) و (Δ').

أ) بيّن أنّ الشعاع $\vec{n}\left(2;11;-7\right)$ ناظمي للمستوي (P)، ثمّ جد معادلة ديكارتية له.

ب) بيّن أنّ النقطة C هي المسقط العمودي للنقطة B على المستوي (P).

3) α و β عددان حقيقيان و (P') مجموعة النقط $M\left(x;y;z\right)$ من الفضاء المعرفة بـ : $\begin{cases}x=3-\beta\\y=12+12\alpha+9\beta\\z=-7-6\alpha-11\beta\end{cases}$

أ) أثبت أنّ المجموعة (P') هي مستوٍ ثمّ تحقق أنّ $13x-y-2z-41=0$ هي معادلة ديكارتية له .

ب) عيّن إحداثيات D و E نقطتي تقاطع المستوي (P') مع المستقيمين (Δ) و (Δ')على الترتيب.

جـ) احسب حجم رباعي الوجوه $BCDE$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

I) f الدالة العددية المعرّفة على المجال $\left]0;+\infty\right[$ بـِ: $f\left(x\right)=\dfrac{5x}{x+2}$.

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f\left(x\right)$.

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

2) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $\left]0;+\infty\right[$: $f\left(x\right)\geq 0$.

II) (u_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بحدّها الأول $u_0=1$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\dfrac{5u_n}{u_n+2}$.

1) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1\leq u_n\leq 3$.

ب) ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) ، ثمّ استنتج أنها متقاربة .

2) (v_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $v_n=1-\dfrac{3}{u_n}$.

أ) برهن أنّ (v_n) متتالية هندسية أساسها $\dfrac{2}{5}$ ، يطلب حساب حدها الأول v_0 .

ب) اكتب بدلالة n عبارة v_n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n.

جـ) احسب نهاية المتتالية (u_n).

3) اكتب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n=\dfrac{1}{u_0}+\dfrac{1}{u_1}+\dfrac{1}{u_2}+...+\dfrac{1}{u_n}$.

التمرين الثالث: (04,5 نقطة)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$، المعادلة : $\left(z-\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{1}{2}i\right)\left(z^2+\sqrt{3}z+1\right)=0$.

2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$. A ، B و C نقط المستوي التي لاحقاتها على الترتيب : $z_A=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ ، $z_B=-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ و $z_C=\overline{z_B}$.

أ) اكتب z_A ، z_B و z_C على الشكل الأسي .

ب) بيّن أنّه يوجد تشابه مباشر S مركزه B ويحوّل النقطة C إلى النقطة A يطلب تعيين عناصره المميزة.

3) أ) عيّن لاحقة النقطة D حتى يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع ، ثمّ حدّد بدقة طبيعته.

ب) عيّن $\left(E\right)$ مجموعة النقط M ذات اللاحقة z والتي تحقق : $\left|z-z_A\right|=\left|\overline{z}-z_B\right|$ حيث $\overline{z}$ هو مرافق z .

ج) عيّن $\left(\Gamma\right)$ مجموعة النقط M ذات اللاحقة z والتي تحقق : $z=z_B+\sqrt{3}e^{i\theta}$ عندما θ يتغير على $\mathbb{R}$ ثم تحقّق أنّ النقطة A تنتمي إلى $\left(\Gamma\right)$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) g الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g\left(x\right)=1+\left(x^2+x-1\right)e^{-x}$.

1) أ) احسب $\lim_{x\to-\infty}g\left(x\right)$ و $\lim_{x\to+\infty}g\left(x\right)$.

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها .

2) أ) بيّن أنّ للمعادلة $g\left(x\right)=0$ حلّين في $\mathbb{R}$ ، أحدهما معدوم والآخر α حيث : $-1{,}52<\alpha<-1{,}51$.

ب) استنتج إشارة $g\left(x\right)$ على $\mathbb{R}$.

II) f الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f\left(x\right)=-x+\left(x^2+3x+2\right)e^{-x}$ و $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$، (وحدة الطول $1cm$) .

1) أ) احسب $\lim_{x\to-\infty}f\left(x\right)$ و $\lim_{x\to+\infty}f\left(x\right)$.

ب) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'\left(x\right)=-g\left(x\right)$.(حيث f' هي الدالة المشتقة للدالة f).

ج) شكّل جدول تغيّرات الدالة f على $\mathbb{R}$ ، (نأخذ $f\left(\alpha\right)\approx 0{,}38$) .

د) عيّن دون حساب: $\lim_{h\to 0}\frac{f\left(\alpha+h\right)-f\left(\alpha\right)}{h}$ ، ثمّ فسّر النتيجة هندسيا .

2) أ) بيّن أنّ المستقيم $\left(\Delta\right)$ ذا المعادلة $y=-x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى $\left(C_f\right)$ عند $+\infty$.

ب) ادرس وضعية المنحنى $\left(C_f\right)$ بالنسبة للمستقيم $\left(\Delta\right)$.

ج) بيّن أنّ للمنحنى $\left(C_f\right)$ نقطتي انعطاف يطلب تعيين إحداثييهما.

د) ارسم $\left(\Delta\right)$ و $\left(C_f\right)$ على المجال $\left]-2;+\infty\right[$.

هـ) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $\left(m-x\right)e^x+\left(x^2+3x+2\right)=0$ على المجال $\left]-2;+\infty\right[$.

III) h و H الدالتان المعرّفتان على $\mathbb{R}$ بـ: $h\left(x\right)=x+f\left(x\right)$ و $H\left(x\right)=\left(ax^2+bx+c\right)e^{-x}$.

1) عيّن الأعداد الحقيقية a ، b و c حتّى تكون الدالة H دالة أصلية للدالة h على $\mathbb{R}$.

2) أ) احسب التكامل التالي : $A\left(\lambda\right)=\int_0^{\lambda}h\left(x\right)dx$ حيث λ عدد حقيقي موجب تماما وفسّر النتيجة هندسيا.

ب) احسب $\lim_{\lambda\to+\infty}A\left(\lambda\right)$.

انتهى الموضوع الثاني

عناصر الإجابة (الموضوع الأوّل)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأوّل: (04 نقاط)		04
1) $\overrightarrow{n_{(P)}}(2;1;-1)$ شعاع ناظمي لـ (P)، $\overrightarrow{n_{(P')}}(1;-2;1)$ شعاع ناظمي للمستوي (P'). $\overrightarrow{n_{(P)}}$ و $\overrightarrow{n_{(P')}}$ غير مرتبطين خطيا ومنه (P) و (P') يتقاطعان وفق مستقيم.	0,75	
2) $d(M,(P))=d(M,(P'))$ معناه $\frac{\lvert 2x+y-z+1\rvert}{\sqrt{4+1+1}}=\frac{\lvert x-2y+z-2\rvert}{\sqrt{1+4+1}}$ أي $\lvert 2x+y-z+1\rvert=\lvert x-2y+z-2\rvert$ أي $x+3y-2z+3=0$ أو $3x-y-1=0$. ومنه مجموعة النقط (Γ) هي إتحاد مستويين معادلتيهما: $x+3y-2z+3=0$ و $3x-y-1=0$.	0,50	
3) $A(1;2;0)$، $3x_A-y_A-1=0$ أو $d(A,(P))=d(A,(P'))=\frac{5}{\sqrt{6}}$ ومنه $A\in(\Gamma)$.	0,25	
4) أ . $(AH):\begin{cases}x=2t+1\\y=t+2\\z=-t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$ ؛ $(AH'):\begin{cases}x=t'+1\\y=-2t'+2\\z=t'\end{cases}(t'\in\mathbb{R})$. (تقبل أيّ تمثيلات وسيطية صحيحة) .	0,50	
ب . نعوّض في معادلة (P): نجد $t=-\frac{5}{6}$ و منه $H\left(-\frac{2}{3};\frac{7}{6};\frac{5}{6}\right)$. نعوّض في معادلة (P'): نجد $t'=\frac{5}{6}$ و منه $H'\left(\frac{11}{6};\frac{1}{3};\frac{5}{6}\right)$.	01	
5) $I\left(\frac{7}{12};\frac{3}{4};\frac{5}{6}\right)$.	0,25	
المثلث AHH' متساوي الساقين $AH=AH'$ ومنه $S_{AHH'}=\frac{1}{2}(HH'\times AI)(u.a)$ $\overrightarrow{HH'}\left(\frac{15}{6};-\frac{5}{6};0\right)$ ؛ $HH'=\frac{5\sqrt{10}}{6}$ ؛ $\overrightarrow{AI}\left(-\frac{5}{12};-\frac{5}{4};\frac{5}{6}\right)$ و منه : $AI=\frac{5\sqrt{14}}{12}$، وبالتالي $S_{AHH'}=\frac{25}{72}\sqrt{35}(u.a)$.	0,75	
التمرين الثاني: (05 نقاط)		02
I) 1) أ . $\lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$.	0,25	
ب . من أجل كل $x\in[0;+\infty[$، $f'(x)=\frac{1}{\sqrt{2x+8}}$ إذن f متزايدة تماما على $[0;+\infty[$. جدول التغيّرات .	0,25 0,25	
2) $\begin{cases}y=f(x)\\y=x\end{cases}$ أي $\begin{cases}\sqrt{2x+8}=x\\x\geq 0\end{cases}$ و منه $\begin{cases}x^2-2x-8=0\\x\geq 0\end{cases}$ ($x_1=-2$ مرفوض) ، $x_2=4$ إذن نقطة تقاطع (C_f) مع (Δ) هي: $A(4;4)$.	0,25	
3) رسم (C_f) و (Δ):	0,50	
II) 1) تمثيل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 على حامل محور الفواصل .	0,50	

<table>
<tr><th colspan="2">العلامة</th><th rowspan="2">عناصر الاجابة (الموضوع الأوّل)</th></tr>
<tr><th>مجموع</th><th>مجزأة</th></tr>
<tr><td rowspan="7">03</td><td>$0,25$</td><td>2) التخمين: نلاحظ $u_0 < u_1 < u_2 < u_3$ إذن يبدو أنّ المتتالية (u_n) متزايدة تماما وأنها متقاربة وتتقارب نحو العدد 4.</td></tr>
<tr><td>$0,75$</td><td>3) أ. لدينا $u_0 = 0$ ومنه $0 \le u_0 < 4$
نفرض أنّ $0 \le u_n < 4$ و منه $f(0) \le f(u_n) < f(4)$ أي $0 \le 2\sqrt{2} \le u_{n+1} < 4$
أي $0 \le u_{n+1} < 4$ وهذا هو المطلوب.</td></tr>
<tr><td>$0,50$</td><td>ب. من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $u_{n+1} - u_n = \sqrt{2u_n + 8} - u_n = \dfrac{(4-u_n)(u_n+2)}{\sqrt{2u_n+8}+u_n}$ بما أن
$0 \le u_n < 4$ فإن $u_{n+1} - u_n > 0$ وعليه فالمتتالية (u_n) متزايدة تماما.</td></tr>
<tr><td>$0,50$</td><td>جـ. من أجل كل $n \in \mathbb{N}$، $4 - u_{n+1} = 4 - \sqrt{2u_n+8} = \dfrac{2(4-u_n)}{4+\sqrt{2u_n+8}}$
$4 + \sqrt{2u_n+8} \ge 4$ ومنه $\dfrac{1}{4+\sqrt{2u_n+8}} \le \dfrac{1}{4}$ إذن $4 - u_{n+1} \le \dfrac{2(4-u_n)}{4}$
و بالتالي: من أجل كل $n \in \mathbb{N}$، $4 - u_{n+1} \le \dfrac{1}{2}(4-u_n)$.</td></tr>
<tr><td>$0,50$</td><td>$4-u_1 \le \frac{1}{2}(4-u_0)$ ؛ $4-u_2 \le \frac{1}{2}(4-u_1)$ ؛ ... ؛ $4-u_n \le \frac{1}{2}(4-u_{n-1})$ بالضرب طرف إلى طرف نجد: $(4-u_1)(4-u_2)...(4-u_n) \le \left(\dfrac{1}{2}\right)^n (4-u_0)(4-u_1)...(4-u_{n-1})$
إذن $4 - u_n \le \dfrac{1}{2^n}(4-u_0)$ (تقبل أيّ طريقة أخرى) .</td></tr>
<tr><td>$0,50$</td><td>د) $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{1}{2^n}(4-u_0) = 0$ ومن أجل كل $n \in \mathbb{N}$، $0 < 4 - u_n \le \dfrac{1}{2^n}(4-u_0)$ إذن
$\lim\limits_{n \to +\infty}(4-u_n) = 0$ أي $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 4$.</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="6">02,75</td><td></td><td><u>التمرين الثالث:</u> (04,5 نقطة)</td></tr>
<tr><td>$0,75$</td><td>1) $z' = z$ معناه $z - 2 = z(z-1)$ مع $z \ne 1$
أي $z^2 - 2z + 2 = 0$ مع $z \ne 1$ ؛ $\Delta = (2i)^2$ و $z_1 = 1 - i$ ، $z_2 = 1 + i$.</td></tr>
<tr><td>$0,75$</td><td>2) أ . $\dfrac{z_2}{z_1} = \dfrac{1+i}{1-i} = \dfrac{\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}} = e^{i\frac{\pi}{2}}$</td></tr>
<tr><td>$0,50$</td><td>ب - $\dfrac{z_2}{z_1} = e^{i\frac{\pi}{2}}$ ، R الدوران الذي مركزه O و $\dfrac{\pi}{2}$ زاوية له. (تُقبل أي طريقة أخرى).</td></tr>
<tr><td>$0,50$</td><td>3) $z' \ne 0 : \arg(z') = \arg\left(\dfrac{z - z_C}{z - z_D}\right) = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$ ؛ $(\overrightarrow{DM};\overrightarrow{CM}) = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$ ، $(k \in \mathbb{Z})$
أو $z' = 0$ أي $z = 2$ و $M = C$.
إذن (Γ) مجموعة النقط M هي الدائرة التي قطرها $[CD]$ باستثناء النقطة D.(تُقبل أي طريقة أخرى).</td></tr>
<tr><td>$0,25$</td><td>إنشاء المجموعة (Γ):</td></tr>
</table>

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأوّل)
مجموع	مجزأة	
01,75	0,50	4) أ - $S=h\circ R$ ؛ h تحاك مركزه O نسبته 2 و R دوران مركزه O زاويته $\frac{\pi}{2}$ إذن S التشابه المباشر الذي مركزه O ، نسبته 2 و زاويته $\frac{\pi}{2}$.
	0,25	ب - $z'=2e^{i\frac{\pi}{2}}z$ أي $z'=2iz$.
	0,75	جـ - $(\Gamma')=S(\Gamma)$ إذن (Γ') هي الدائرة التي قطرها $[C'D']$ باستثناء النقطة D' حيث $C'=S(C)$ و $D'=S(D)$ أي $z_{C'}=4i$ و $z_{D'}=2i$. (تُقبل أي طريقة أخرى).
	0,25	- إنشاء (Γ').
06		**التمرين الرابع: (06,5 نقطة)**
	0,50	I) 1) $g'(x)=\frac{2x^2-1}{x}$ ؛ إشارة $g'(x)$ على $]0;+\infty[$: 0 $-$ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ $+$ $+\infty$
	0,25	الدالة g متناقصة تماما على $\left]0;\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$ ومتزايدة تماما على $\left[\frac{\sqrt{2}}{2};+\infty\right[$.
	0,5	2) $g\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\approx 1,85$ ؛ من أجل كل $x\in]0;+\infty[$ ، $g(x)>g\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ إذن $g(x)>0$.
	0,50	II) 1) $\lim_{x\xrightarrow{>}0} f(x)=-\infty$ ، $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.
	0,25	2) أ . من أجل كل $x\in]0;+\infty[$ ، $f'(x)=\frac{1-\ln x}{x^2}+1=\frac{g(x)}{x^2}$.
	0,25	إشارة $f'(x)$ هي إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$: إذن من أجل كل x من $]0;+\infty[$ ، $f'(x)>0$.
	0,25	ب . جدول تغيّرات الدالة f .
	0,25	3) معادلة المماس لـ (C) عند النقطة التي فاصلتها 1 هي : $(T): y=2x-2$.
	0,25	4) أ . $\lim_{x\to+\infty} f(x)-(x-1)=\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$ إذن المنحنى (C) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) عند $+\infty$ معادلة له : $y=x-1$.
	0,50	ب . وضعية (C) بالنسبة إلى (Δ): إشارة $f(x)-(x-1)=\frac{\ln x}{x}$ و الوضعية
	0,75	5) رسم المستقيمين (T) ، (Δ) و المنحنى (C).
	0,25	6) أ . $y_A=mx_A-m$ أي $0=m\times 1-m$
	0,50	ب . المناقشة بيانيا:من أجل كل m من $\mathbb{R}$ ، المستقيم ذو المعادلة $y=mx-m$ يشمل النقطة $A(1;0)$. (Δ_m) معامل توجيهه m و (Δ) معامل توجيهه 1 و (T) معامل توجيهه 2 . – إذا كان $m\leq 1$ فإنّ المعادلة تقبل حلا وحيدا. – إذا كان $1<m<2$ أو $m>2$ فإنّ المعادلة تقبل حلين متمايزين (1 و آخر) – إذا كان $m=2$ فإنّ المعادلة تقبل حلا مضاعفا (هو 1).
	0,25	7) أ . الدالة: $x\mapsto\frac{1}{2}(\ln x)^2$ هي أصلية للدالة $x\mapsto\frac{\ln x}{x}$ على المجال $]0;+\infty[$.
	0,75	ب - $I_n=\left(\int_1^n\frac{\ln x}{x}dx\right)u.a=\left(\int_1^n\left(f(x)-(x-1)\right)dx\right)u.a$ أي: $I_n=\left(\frac{1}{2}(\ln n)^2\right)u.a$.

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
جـ - أصغر قيمة لـ n_0 بحيث إذا كان $n>n_0$ فإنّ $I_n>2$. $I_n>2$ معناه $(\ln n)^2>4$ أي $n>e^2$ وعليه: أصغر قيمة لـ n_0 هي: $n_0=8$.	0,50	0,50
التمرين الأول: (04,5 نقطة)		04,5
1–أ) تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ') هو : $(\Delta'):\begin{cases}x=5-2t\\y=-1+t;\ (t\in\mathbb{R})\\z=-2+t\end{cases}$	0,50	
ب) نبين أنّ $(\Delta)\perp(\Delta')$ ، $(\Delta)\cap(\Delta')=\{C\}$ حيث : $C(1;1;0)$.	01	
2–أ) نبيّن أنّ : $\vec{n}(2;11;-7)$ ناظمي لـ (P) يكفي أن نبيّن أنّ $\vec{n}\perp\vec{u}$ و $\vec{n}\perp\vec{v}$ معادلة المستوي (P) هي : $2x+11y-7z-13=0$.	0,50 0,50	
ب) نبيّن أن C هي المسقط العمودي لـ B على (P) :لدينا $C\in(P)$ و $\overrightarrow{BC}(2;11;-7)=\vec{n}$. (تُقبل أيّ طريقة أخرى صحيحة).	0,50	
3–أ) إثبات أنّ (P') هي مستو: المستوي (P') مزود بالمعلم $(B;\vec{w},\vec{v})$ حيث $B(3;12;-7)$ و $\vec{W}(0;12;-6)$ و $\vec{V}(-1;9;-11)$ والشعاعين $\vec{W}$ و $\vec{V}$ غير مرتبطين خطيا ، معادلة المستوي (P') هي: $-13x+y+2z+41=0$.	0,50	
ب) $(P')\cap(\Delta)=\{D\}$ و $(P')\cap(\Delta')=\{E\}$ حيث: $D(4;3;4)$ و $E(3;0;-1)$.	0,50	
جـ) حجم رباعي الوجوه $BCDE$: $V_{BCDE}=\frac{1}{3}S_{CDE}\times CB=\frac{1}{6}\times CD\times CE\times CB$. ومنه : $V_{BCDE}=29\,u.v$.	0,50	
التمرين الثاني: (04 نقاط)		03,5
I) 1– أ) $\lim_{x\to+\infty}f(x)=5$.	0,25	
ب. $f'(x)=\frac{10}{(x+2)^2}$ و منه $f'(x)>0$ أي f متزايدة تماما على $[0;+\infty[$. جدول تغيّرات الدالة f .	0,25 0,25	
2) تبيان أنّ: من أجل كل x من $[0;+\infty[$ ، $f(x)\geq 0$.	0,25	
II) 1 – أ. البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $1\leq u_n\leq 3$.	0,5	
ب. دراسة اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) . لدينا $u_{n+1}-u_n=\frac{-u_n(u_n-3)}{u_n+2}\geq 0$ ومنه المتتالية (u_n) متزايدة على $\mathbb{N}$. بما أنّ (u_n) متزايدة ومحدودة من الأعلى فهي متقاربة.	0,25 0,25	
2– أ. البرهان أنّ (v_n) متتالية هندسية أساسها $q=\frac{2}{5}$ ، $v_0=-2$.	0,50	
ب. من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=-2\left(\frac{2}{5}\right)^n$ ، $u_n=\frac{3}{1+2\left(\frac{2}{5}\right)^n}$.	0,75	
جـ. $\lim_{n\to+\infty}u_n=3$.	0,25	

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة	
0,50	0,50	3- حساب S_n : $S_n=\frac{1}{u_0}+\frac{1}{u_1}+\frac{1}{u_2}+....+\frac{1}{u_n}=\frac{1}{3}\left[(1+1+...+1)-(v_0+v_1+...+v_n)\right]$ ومنه $S_n=\frac{1}{3}\left[(n+1)-\left(v_0\frac{1-q^{n+1}}{1-q}\right)\right]$ أي أنّ : $S_n=\frac{1}{3}\left[(n+1)+\frac{10}{3}\left(1-\left(\frac{2}{5}\right)^{n+1}\right)\right]$.
04,5		**<u>التمرين الثالث:</u> (04,5 نقطة)**
	0,75	1- حلول المعادلة في $\mathbb{C}$ هي: $z_1=-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$ ، $z_2=-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ ، $z_3=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$.
	0,75	2- أ) كتابة z_A ، z_B و z_C على الشكل الأسي: $z_A=e^{i\frac{\pi}{6}}$ ، $z_A=e^{i\frac{5\pi}{6}}$ ، $z_A=e^{i\frac{7\pi}{6}}$.
	0,25	ب) تبيان أنّه، يوجد تشابه مباشر S :لدينا $z_A-z_B=i\sqrt{3}(z_C-z_B)$.
	0,75	ج) نسبة التشابه المباشر S هي $\sqrt{3}$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$ صيغته المركبة هي: $z'-z_B=i\sqrt{3}(z-z_B)$
	0,75	3-أ) لاحقة D : لدينا: $z_D-z_C=z_A-z_B$ ومنه: $z_D=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$ الرباعي $ABCD$ مستطيل.
	0,50	ب) تعيّين المجموعة (E):لدينا $\lvert z-z_A\rvert=\lvert\bar{z}-z_B\rvert$ تكافئ $\lvert z-z_A\rvert=\lvert\overline{z-z_C}\rvert$ وتكافئ $\lvert z-z_A\rvert=\lvert z-z_C\rvert$ ومنه $AM=CM$ وعليه (E) هي المستقيم المحوري لـ $[AC]$
	0,75	ج) المجوعة (Γ) هي دائرة مركزها B و نصف قطرها لدينا : $\sqrt{3}$ النقطة A تنتمي إلى (Γ) لأنّ $AB=\sqrt{3}$.
04		**<u>التمرين الرابع :</u> (07 نقاط)**
	0,50	I) 1- أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=1$.
	01	ب) من أجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا : $g'(x)=(-x^2+x+2)e^{-x}$ ومنه : $g'(x)\leq 0$ من أجل $x\in]-\infty;-1]\cup[2;+\infty[$ و $g'(x)\geq 0$ من أجل $x\in[-1;2]$ و هذا يعني أنّ الدالة g متناقصة تماما على كل من المجالين $]-\infty;-1]$ و $[2;+\infty[$ ومتزايدة تماما على $[-1;2]$. جدول التغيّرات للدالة g .
	0,75	2- أ) تبيّان أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلّين في $\mathbb{R}$ ، أحدهما معدوم والآخر α حيث : $-1,52<\alpha<-1,51$.(مبرهنة القيم المتوسطة) .
	0,25	ب) استنتاج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$: $g(x)\leq 0$ من أجل $x\in[\alpha;0]$. $g(x)\geq 0$ من أجل $x\in]-\infty;\alpha]\cup[0;+\infty[$.
	0,50	II -1- أ) $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=-\infty$.
	0,25	ب) بيّن أنه ، من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=-g(x)$.
	0,25	ج) تشكّيل جدول تغيّرات الدالة f على $\mathbb{R}$.
	0,25 0,25	د) تعيّن : $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(\alpha+h)-f(\alpha)}{h}=f'(\alpha)=0$ ، النتيجة :المنحنى (C_f) يقبل مماسا عند النقطة ذات الفاصلة α معامل توجيهه معدوم (يوازي حامل محور الفواصل) .

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة	
03	0,50	2− أ) تبيان أنّ (Δ) مستقيم مقار بمائل لـ (C_f): $\lim_{x\to+\infty}\left(f(x)+x\right)=\lim_{x\to+\infty}\left(x^2+3x+2\right)e^{-x}=0$
	0,25	ب) دراسة الوضعية النسبية: (C_f) يقطع (Δ) عند النقطتين $A(-1;1)$ و $B(-2;2)$ و (C_f) يقع فوق (Δ) من اجل $x\in]-\infty;-2]\cup[-1;+\infty[$ و (C_f) يقع تحت (Δ) من أجل $x\in[-2;-1]$.
	0,50	ج) تبيّان أنّ المنحنى (C_f) يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيين إحداثيتاهما. لدينا : $f''(x)=-g'(x)$ و منه $f''(x)=0$ من أجل $x=-1$ أو $x=2$ و بالتالي المنحنى (C_f) يقبل نقطتي انعطاف هما: $A(-1;1)$ و $C\left(2;-2+\frac{12}{e^2}\right)$.
	0,50	د) رسم (Δ) و (C_f) على المجال $[-2;+\infty[$.
	0,50	هـ) المناقشة البيانية :لدينا $(m-x)e^x+\left(x^2+3x+2\right)=0$ تكافئ $f(x)=-m$.
	0,25	III)1− من أجل كل x من $\mathbb{R}$:لدينا $H'(x)=h(x)$ ومنه $H(x)=\left(-x^2-5x-7\right)e^{-x}$.
	0,25 + 0,25	2− حساب: $A(\lambda)=\int_0^\lambda h(x)dx=\left[H(x)\right]_0^\lambda=\left(-\lambda^2-5\lambda-7\right)e^{-\lambda}+7$. النتيجة $A(\lambda)$ هي مساحة الحيّز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات: (C_f) ، $x=\lambda$ و $x=0$. $\lim_{\lambda\to+\infty}A(\lambda)=7$.